II-2. 統計的判断（帰無仮説の論理）

Fishier が考えた統計学の世界は、理想的な確率モデルの分布を考えて、実際のデータをその上において、その点が分布中心からどのくらい離れているかを計算し、そのような標本が得られる確率を累積確率密度の面積から判断するという世界ですが、具体的なやり方はおいおい説明するとして、そもそも、どのように判断するのか、ロジックをまず理解する必要があります。
よく出てくるたとえ話は、カラスの話です。よく出てくる古い説明で新鮮味がありませんが、一応やります。ほかに適当な例が思い浮かばないのです。
「あの鳥はカラスかどうかと考える場合、遠目には色しかわからないので、色が黒くなければカラスでないと結論します。だからと言って、色が黒いからカラスだと判断してはいけません。九管長もカケスも黒い鳥はほかにもいるからでもいるからです。」以上終わり。

なんだかよくわからないと思います。ここで用いている証明法の論理構造を整理して解説します。

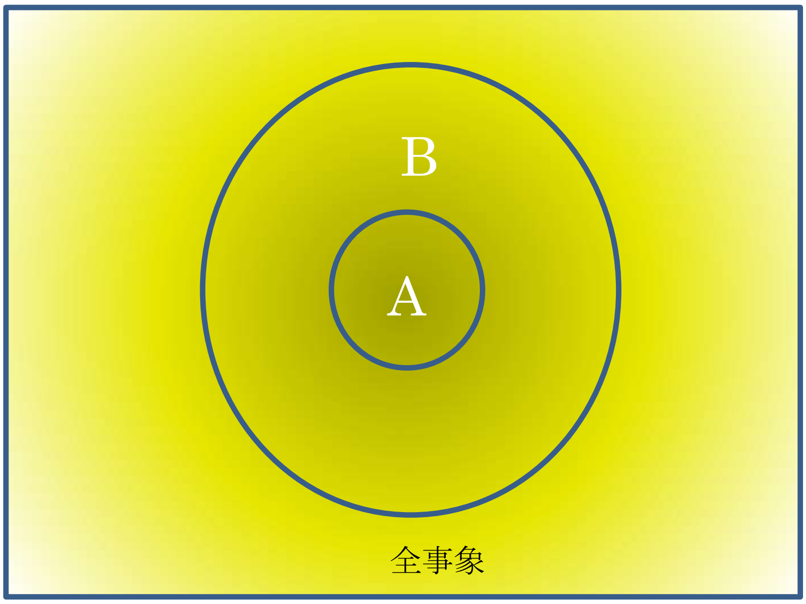

図 3. 必要条件と十分条件の関係（集合的表現）

ＡならばＢであるという命題がある（この場合はカラスならば黒い）とします。これは、Ａであるものは必ずすべてＢであるということだから、A であるものはすべて B に含まれるという意味です。(この場合は、カラスはすべての黒い鳥に含まれる。図３を参照のこと。)
このように、A であれば必ず B だというとき、B は A の必要条件、ＡはＢの十分条件といいます。(「黒い」は「カラス」の必要条件、「カラス」は「黒い」の十分条件)
これに対して、ＢならばＡというのを逆といいます（黒ければカラス)。命題が真であるとき（命題が正しいという意味）に逆が真である場合は、Ａ＝Ｂの時だけです（カラス以外

に黒い鳥はいない場合のみ。)。それ以外の場合は、AはすべてBにふくまれている部分集合であり、B には A でない部分集合が必ずあるから（カラス以外にも黒い鳥はいる。)、AはBのすべてを含むことはできません。
AでないならばBでないとうのを裏といいます（カラスでないならば黒くない。)。A でない部分に必ず B の部分があるから（カラスでない鳥にも黒い鳥はいる。)、これもA＝Bの時以外には成り立ちません。
裏と逆とを組み合わせて、BでないならばAでないという言い方（黒くないならばカラスでない。）を対偶といいます。
AはBに完全に含まれているから、BでなければAでない（黒くないならばカラスでない。）に決まっています。AならばB（カラスは黒い）という命題が真ならば、B でないならば A でない（黒くなければカラスでない）という対偶も真です。ということで、B でないならば A でないと言えます。つまり、「カラスは黒い」が真であることを前提に、黒くないことがわかれば、その鳥はカラスではありません。
気を付けなければならないのは、B でないことが証明されれば、A でないことも同時に証明されたことになりますが、B であることが証明されたからと言って、A であることが証明されたことにはなりません（黒いからと言ってカラスとは言えない。)。
しばしば、論理的な関係を無視して、統計の計算だけを覚えて、乱用している人がいる。そういう人々はこの間違いを犯します。

こういう考え方で判断するのですが、具体的な例を挙げると、あるデーター群とあるデーター群の差が確率分布すると考えたとき、もし本来、そのデーターに差がないのならば、差が０というのが確率分布の中心（期待値）になるはずです、そのデーターが確率的に変動したとしても、その差はある中心から測ってある距離の内側の値（小さい値）になるはずです。どのくらいの分布範囲を想定するかは場合によりますが、それが正しいとすれば（カラスは黒いとすれば)、それよりも外側（大きな値）になれば（その鳥はあまり黒くない。)、データには差がないとは言えない（カラスではない。）と判断します（ｔ検定)。また、ある確率分布のバラつき（分散）とある確率分布のバラつきの比（分散比：F 値）が確率分布すると考えたとき、その差がないのならば、その比は１になるはずです。これがその比の確率分布の中心です。その比がある値以上に大きければ（あるいは小さければ)、比が１とは言えないので、バラつきには差があると判断します（F 検定)。