

## 論理的錯覚と偏見

ベイズ統計の解説を書いていたら、人が陥るある錯覚について整理できるような気がしてきました。これはその感覚を記憶にとどめるために書いたノートです。

ここで話したいのは、人がどのように経験から価値観や判断の傾向を作っていくのかということです。少し回りくどい説明になりますが、数量的な表現とそのイメージ図を使います。

はじめに、論理演算の演算子の約束事を確認します。

$A \supset B$ は包含関係で、 $B$ に含まれるすべての要素は $A$ の要素です。

$A \cap B$ は積集合で、 $A$ の事象と $B$ の事象が同時に起こります。

$A \cup B$ は和集合で、 $A$ または $B$ の事象が起こります。

$(A \cup B) \supset (A \cap B)$ です。

$B|A$ は $A$ が起きて、その条件のもとに $B$ が起きることを表します。

$(A \cap B) = (B \cap A)$ ですが、 $(A|B) \neq (B|A)$ です。

事象 $A$ が起きる確率は $P(A)$ です。

$A$ が起きたという条件のもとで $B$ が起きる確率は $P(B|A)$ と表せます。

事象 $A$ が起きないことを余事象 $A'$ と表します。 $A$ と $A'$ は互いに排反事象で

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A \cap B) + P(A' \cap B) + P(A \cap B') + P(A' \cap B') = 1$$

です。ところで

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

上の行の式は、 $A$ であることの確率に、 $A$ の中で $B$ である確率を乗ずれば、 $A$ かつ $B$ の確率になり、下の行の式は、 $B$ であることの確率に、 $B$ の中で $A$ である確率を乗ずれば、 $B$ かつ $A$ の確率になるということです。

図で示せば、上の式は、

$P(A \cap B) = a$	$P(A' \cap B) = b$
$P(A \cap B') = c$	$P(A' \cap B') = d$

下の式は

$P(B \cap A) = a$	$P(B \cap A') = b$
$P(B \cap A') = c$	$P(B' \cap A') = d$

$$a + b + c + d = 1$$

となります。a, b, c, dはそれぞれの確率ですが、図ではそれぞれの領域の面積と考えてください。上の図と下の図の違いは、A, B のどちらで先に仕分けるかの違いですから、それぞれの面積に違いはありません。

$$a = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$a = P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

ですから

$$P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B)$$

ここから、ベイズの定理として知られる次の式が導かれます

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$$

特殊なケースとしては、A または B であることが互いに独立で、A または B であることが、B または A であることに何の影響を持たないという場合もあります。つまり、下図のような状態です。

$P(A \cap B) = a$	$P(A' \cap B) = b$
$P(A \cap B') = c$	$P(A' \cap B') = d$

この場合は

$$P(A) = P(A|B)$$

$$P(B) = P(B|A)$$

です。

それはそれとして、ベイズの定理の式をもう一度眺めます。

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$$

たとえば、A を酒飲みであるという事象とし、B を肝硬変であるという事象とします。左辺は酒飲み人の中で肝硬変の人の割合です。右辺のP(A|B)は肝硬変の人の中の酒のみの割合です。ある人が観察したところ、肝硬変の人の中に酒のみが多かったとします。P(A)、P(B)は正の数ですからP(A|B)が増加すればP(B|A)も増加します。ということで、P(A|B)が高ければP(B|A)も高い。肝硬変の人の中に酒のみの割合が高ければ、酒飲みの中の肝硬変の人の割合も高いと推測し、「酒飲みの人の中の肝硬変の人の割合は、一般の人の肝硬変の割合よりも

高い。つまり、酒飲みは肝硬変になりやすい。」と判断してしまいそうなのです。ところが、これはとんでもない間違いです。肝硬変になった結果、やけくそになって酒を飲みだす人がいないとも限りません。次の例を考えると、上記の議論の間違いがわかります。尊敬するH先生が肝臓を悪くされたとき、大好きなお酒が飲めなくなりました。ご本人にうかがうと肝臓が回復する間の期間、酒を飲みたいという気持ちにならなかったそうです。だとすると、肝硬変の人の中で酒飲みの人の割合は、一般の酒のみの割合より小さいはずなのです。この事実は容易に示せると思います。それでは、その事実をもとに、酒のみの人の中で肝硬変の人は少ないという推論を立てて、それを事実として、「酒を飲むと肝硬変にならない。」と結論できますか。私はとんでもない暴論だと思います。もう一度、ベイズの定理の式を見ると

$$P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)} P(A|B)$$

となっています。 $\frac{P(B)}{P(A)}$ がかかっているのです。この値が1より大きければ、

$$P(B|A) \geq P(A|B)$$

1未満ならば、

$$P(B|A) < P(A|B)$$

です。このことは以下の図を見ると良くわかります。

まず、Bについて整理してから、それぞれの中でAの割合を考えたのが下図です・

$P(A \cap B) = a$	$P(A' \cap B) = b$
$P(A \cap B') = c$	$P(A' \cap B') = d$

これをAについて集計してから、Aの中のBの割合を考える図にすると

$P(A \cap B) = a$	$P(A' \cap B) = b$
$P(A \cap B') = c$	$P(A' \cap B') = d$

このように。肝硬変の人の中に高い割合で酒飲みがいても、酒飲みの中に高い割合で肝硬変の人がいるとは言えません。

人口に占める肝硬変の人の割合は、酒飲みの人の割合に比べたらかなり低いでしょう。肝硬変の人の中に高い割合で酒飲みがいたということから、酒飲みの中に肝硬変の人が高い割合でいるという結論を出すのは無理があります。

私がここで述べたいことは、人間の頭はこういう判断の仕方をしがちだということです。データが物語っていること以上の推論をし、さらに、その推論の説明に勝手な因果律をもちだすという、いくつもの論理的誤りを犯しています。

この議論は使えないわけでもなさそうです。ネガティブな面では、この錯覚は人々の偏見の形成に結びついているし、ポジティブには 何かのキャンペーンに使われていると思うのです。

偏見は悪意や非論理性によって生まれると考えている人も少なくないようですが、私はそうは思いません。偏見を持っている人も少なくとも主観的には論理的に考えているつもりなのです。ただ、その論理の組み立て方にゆがみがあるのです。例として、「女は馬鹿だ」というセリフ、あるいは「だから女はXXXだ。」という言い方について取り上げます。馬鹿な男もいるのだから、男と女の馬鹿の比率を調べないうちにこういう判断をするのは非科学的です。しかし、この批判は人間が普段行っている判断の妥当性まで批判しています。馬鹿の定義にもよりますが、男一般と女一般の馬鹿の比率を妥当なサンプル数で調べるなどということを普通の人間ができるはずがありません。判断の仕方そのものは、この場合だけ特に非難されなければならないわけではないでしょう。問題は、現象を説明する対象物の特性として、何故、性別だけが取り上げられたのかということです。たとえば、その観察者が経験的に、馬鹿な人間の中の女性の比率が高いと思っていた時に、新たに馬鹿な女性の例がそこに今加わったとしても、世の中の半分以上は女性です。反対に、男も含めた馬鹿な人の比率は、それよりもはるかに少ない(多分)でしょう。だから、今、馬鹿な女性の観察例が1例増えたとすれば、もちろん、馬鹿な人の中の女性の割合は増加し、女性の中の馬鹿な人の比率ももちろん増加します。しかし、馬鹿な人の中の女性の割合が増加したほどには 女性の中の馬鹿な人の割合は増加しません。馬鹿な人の比率に比べて女性の比率の方がはるかに大きいからです。これが一般的な判断です。しかし、「女は馬鹿だ。」と主張する人は、この壁を簡単に乗り越えてしまいます。論理的には無理なのですが、人間の頭は直感的にそのように動くということです。そして、馬鹿な人に女性が多い＝女性に馬鹿だと「論理的」に結論付けてしまうのです。

その人は、少なくとも一人の馬鹿な女は知っていますが、多くの女の人を知らないということが考えられます。そして多くの馬鹿な人を知っています。その人の中で馬鹿な人の人口は女の人の人口よりも大きいのです。したがって、データは揺れ動きますから当然、確率的に馬鹿な女性にも出会います。少数例の中で「馬鹿だ。」という確信を深めると、母数が少ないので、女性全体に対する馬鹿の割合が増幅されて増大します。その人に向かって、もっといろいろな女を知らなければならないと説教してもあまり効果はありません。もともと女性とつき合う機会が少ないのです。無理なことを要求してはいけません。この場合はこう考えなければならないでしょう。人間は様々な属性を持っている、性別もそのひとつである、ほかにも、国籍、人種、昨日何時間寝たか、腹がすいているか、さっき道で転んだかなどなど、様々な属性を持っています。様々な属性の中で、その属性を持つ馬鹿な人の例が加わることによって、その属性を持つ人が馬鹿である率の変化を調べて、その結果を比較しなければ、どの属性がどのように馬鹿と結び付くかがわからないでしょう。とはいっても、人間のすべての属性についてこの作業を行うことはできません。冷静で経験豊富な人は、彼女の行った愚かな行為の背景がどのような属性と結び付いているのか、様々な可能性を含めて判断しようとするでしょう。また、それらの背景についてどのくらい自分が知っているのかについても考えるでしょう。もちろん、特定のある属性に

ついて調べることに十分な意味がある場合も少なくありません。たとえば、ある種の病気の発生率が性別によって違うのかを問うことには意味があります。性ホルモンを含めてホルモンバランスは、人間の健康や病気の発生に強く関係するからです。つまり、ここで問われるべきは、なぜ、ことさらに性別だけを説明要因として取り上げるのかその理由です。おそらく、そこにはある種の思い(必ずしも悪意とは限らない)や政治的な意図があるのでしょう。たとえば、奥さんと喧嘩した。小学校の時に女の子にいじめられた。女性上司に頭が上がらない。地域の人口が減ったので地域を再活性化したいなどです。こういう場合問わなければならないのは、他の考えられる属性に優先して、何故その属性のみを取り上げて説明要因としたのかです。

もう一つの身近な例としては、血液型による性格分類があります。人間の性格は複雑で、人間の判断や行動には様々な要因が作用しています。赤血球の表面のケバケバの先の糖の種類が人の性格や行動に強くかかわっているはずがないということは、生物学を知っていれば常識の範疇です。しかし、実際、日本人の中に血液型性格分類を信じている人は少なくありません。どうしてそうなるのかを考えて見ます。血液型性格分類を信じている人は、性格や行動にかかわる他の要因に優先して血液型に興味が集中しているのです。つまり、何があっても血液型に結び付ける。ちょうど、人の行動のすべてを性別に結び付けて説明する人のように。血液型で問題になる人の性格とは、妥協的であるか、他人のことを信じやすいかなど、およそ、どんな人でも持っている性格的な要素です。つまり、血液型性格分類を信じている人は、ある血液型の人がある行動をすると、血液型とその行動を結び付けて、ある血液型に人がある行動をする率がさらに高まったと判断するのです。この人は毎回、血液型と性格行動をむすびつけて説明するので、その人のなかではその都度、性格を血液型と性格の関係性が結び付いている確率はベイズ的に高まっていきます。その繰り返しの結果、そのような考えが正しいということが信念にまでなってしまうのです。

奇妙というくらいですから、奇妙な行動を目にするのは稀でしょう。奇妙な行動をする人の中にAB型の血液タイプの人を見つけて、奇妙な行動と血液型を結びつけます。人はベイズ的に判断するので、AB型の人の行動見るたびに、血液型と性格を結びつけてAB型の人の性格は変わっているという信念を高めて行くのです。反対に日本人の中にはO型やA型の人が多いので、これらの人はあまり個性的でない人とされます。

しばしば、ベイズは分かりにくいとされていますが、実はあまり分かりにくいとおもいます。ここでみたように我々の判断は良くも悪くもベイズ的です。過去の体験に新しい体験を加え、その都度判断を修正しています。これを学習とも言います。けて世の中のすべてを知って判断しているわけではありません。個人的な少数例の体験で判断することはしかたがないのです。そのことを嘆いたり非難したりする必要はありません。このことは、我々が「偏見」から自由ではないということを意味しています。私たちは、どんな現象でも、その現象にかかわる対象物の属性のすべてを把握しているわけではありません。比較検討できる属性の数には限ります。したがって、我々は偏見を持つのです。偏りのない知識や経験があり、人は様々な属性を持っているのだと普段から考える癖をつければ、極端な「偏見」を持つことは避けられるかもしれません。しかし、どの属性について考えるかは判断者の手にゆだねられているのであり、我々は誰でも限られた経験の中で「偏見」を持ちます。このことは我々がベイズ的であるからではありません。実際の事象をどんな軸を説明変数として説明するかは判断者の恣意にゆだねられています。そうであればどうしても、「偏見」から自由に

はならないでしょう。ここで問題にしたかったことはベイズ的に考えること(経験によって評価を変えていくこと)の問題点ではありません。小数例であっても、自分が実際に経験したことから、ある判断を持つことは仕方がないことです。問題は、より多くの属性でその現象を説明しようとしなかった視野の狭さなのだと思います。

興味があるのは、観察された現象を直接観測されない他の現象の因果関係の説明に単純に使う傾向のある人とそうでない人がいて、そのために、人によって判断や価値観の違いが生まれるのではないかということです。